# LA MATEMÁTICA Y LA TRADICIÓN AUSTRIACA RESPUESTA A RAFAEL BELTRAMINO

Nicolás Cachanosky[1]


## Abstract

Este artículo es una respuesta las reflexiones críticas de Beltramino sobre nuestros cuestionamientos al abuso y mal uso de las matemáticas en economía. En concreto, el esta respuesta se centra en el problema de la matemática como lenguaje y en el problema de la precisión, realismo y predicción. La respuesta concluye con una reflexión sobre qué tan de acuerdo o en desacuerdo de hecho nos encontramos.


## Introduction

Rafael Beltramino ofrece interesantes reflexiones críticas a J. C. Cachanosky y N. Cachanosky (2016) donde cuestiona nuestra postura respecto a la matematización de la economía. Beltramino sugiere que de hecho el uso de la matemática permite disminuir ambigüedades propias del análisis en prosa. La matematización sería incluso necesaria dado que ofrece mediciones concretas necesarias para la economía como ciencia. Las críticas de Beltramino son oportunas y muy bienvenidas. No obstante, permanezco pesimista respecto al mensaje central.

Para una postura más detallada sobre nuestra postura en el artículo al cual responde Beltramino remito al lector a J. C. Cachanosky (1985, 1986). En esta respuesta me enfoco en dos puntos centrales que creo son raíz de los comentarios de Beltramino. En primer lugar si es o no la matemática un lenguaje. En segundo lugar, me refiero al problema de precisión y realismo. En la última sección me pregunto qué tan en desacuerdo de hecho estamos.

1 Department of Economics Metropolitan State University of Denver Campus Box 77, P.O. Box 173362 Denver, CO 80217 ncachano@msudenver.edu

## ¿Es la matemática un lenguaje?

El primer punto que menciona Beltramino es que la matemática "es un lenguaje, nada más y nada menos," luego de lo cual sostiene que si bien se puede razonar consistentemente en inglés o español, esto último es más difícil. Si bien existen diversas definiciones de la palabra *lenguaje*, en nuestro artículo es claro que la diferencia que trazamos entre la *prosa* (lenguaje natural) y la *taquigrafía matemática* (lenguaje formal) es que los símbolos de la primera poseen significado propio mientras que la taquigrafía matemática es vacía de contenido. Sólo una vez que con prosa explicamos y definimos los símbolos matemáticos podemos comprender la ecuación en cuestión.[2] En *este sentido*, la matemática no es un lenguaje, o al menos no lo es de la misma manera que el español o el inglés. Si la matemática fuese un lenguaje, nada más y nada menos, entonces el lector no tendría inconveniente en traducir *a* prosa el siguiente:

$$N = (1; \dots; N); N < \infty$$

$$A = (A_1; \dots; A_K); K < \infty; a = (a_1; \dots; a_K) \in A$$

$$u = (u_1; \dots; u_K); u_i: O \to \mathcal{R}; u_i(s) = \sum_{a \in A} u_i(a) \Pi s_j(a_j)$$

$$S_i = \Pi(A_i) = S_1 \times \dots \times S_K; s_i(a_i) = prob(a_i); s \in S \forall i \in N \wedge a_i \in A_i$$

$$\varphi_{i,a_i}(s) = max\{0; u_i(a_i; s_{-i}) - u(s)\}$$

$$f: S \to S; f(s) = s'; s' = \frac{s_i(a_i) + \varphi_{i;a_i}(s)}{1 + \sum_{b_i \in A_i} \varphi_{i;b_i}(s)}$$

$$s^* \exists\ s.t. f(s^*) = s^*$$

Sin embargo, en este punto sobre el lenguaje Beltramino pareciera estar de acuerdo con nosotros, dado que pocos párrafos más adelante sostiene que la matemática es un lenguaje formal no natural y que por lo tanto está desprovisto de contenido.

Esta discusión en torno al lenguaje se relaciona con la ambigüedad del mismo. Por supuesto que el lenguaje en prosa (o *natural*) posee ambigüedad, no negamos esta situación en nuestro artículo. Sin embargo la situación no es simétrica, dado que todo lo que es expresado matemáticamente puede ser expresado en prosa, pero lo mismo no

2 En esta breve respuesta me enfoco en los puntos que considero centrales, dejando cuestiones semánticas de lado como cuando Beltramino cuestiona si el termino *entender* (en lugar de *comprender*) es el más apropiado para referirse a este probema.

ocurre en sentido inverso. Es decir, la prosa o el lenguaje natural es más rico en cuanto a contenido que la taquigrafía matemática en economía. Esto quiere decir que es posible definir con mayor precisión *conceptual* utilizando prosa que expresiones matemáticas.

Sobre este punto Beltramino cuestiona nuestro ejemplo de la utilidad marginal, la cual la presentamos en prosa. Beltramino cuestiona que a nuestra presentación cabría preguntarle *cuánto* más o menos se valora un bien. Si tomamos el punto de Beltramino, lo que ha mostrado es que *nuestra* prosa ha sido imperfecta, no que la matemática es menos ambigua que la prosa en general. No obstante, las dudas de Beltramino pueden a su vez ser objetadas. Dado que estamos hablando de utilidad, la misma no posee unidad de medida por lo que la pregunta sobre “cuánto más o menos” cambia la utilidad no aplica. Las preferencias de los individuos son *ordinales* (primera, segunda, tercera, etc.) no *cardinales*. Por cuestiones pragmáticas, la formalización matemática indexa las preferencias en una función continua de utilidad, pero dicha indexación carece de unidad de medida (también existe más de una función de utilidad por conjunto de preferencias.) Por lo tanto, de una función de utilidad se puede decir que el bien $x_2$ es preferible al bien $x_3$, el cual a su vez es preferible al bien $x_3$:

1. $u_1\,(x_1)=10>u_1\,(x_2)=4>u_1\,(x_3)=1$
2. $u_2\,(x_1)=10>u_2\,(x_2)=6>u_2\,(x_3)=1$

Ambas funciones de utilidad $(u_1,u_2)$ mapean el orden de preferencias $x_1 \succ x_2 \succ x_3$ en una función continua donde $u_i\,(x_1) \succ u_i\,(x2) \succ u_i\,(x3)$. En otras palabras, esta expresión nos permite afirmar que un determinado bien ofrece *más* utilidad que otro bien, pero no *cuánta* mayor utilidad. Von Neumann y Morgenstern (1944, Chapter 3) utilizan las mediciones en grados de la temperatura como analogía al problema de la utilidad en economía. Los grados Celsius, por ejemplo, muestran intervalos, pero no ratios. Si $T$ representa la temperatura, entonces

$$T(10°)+T(20°)\neq T(30°)$$

En otras palabras, la *diferencia* entre 10 grados y 20 grados es distinta a la *diferencia* entre 20 grados y 30 grados. Por lo tanto, lo que podemos afirmar es que

$$T(30°)\succ T(20°)\succ T(10°)$$

Los “Celsius” hacen referencia al método de “medir” la temperatura (diferenciándose de los Kelvin, Fahrenheit, etc.), no a la unidad de medida de la temperatura. Quizás las preguntas que Beltramino hace a nuestro ejemplo son una muestra de cómo la formalización puede llevarnos por el camino equivocado. [3]

No resulta claro que el uso de matemática lleve ni a una menor ambigüedad ni a una mayor facilidad para encontrar inconsistencias teóricas. Si bien los ejemplos no son pocos, voy a mencionar sólo dos. En primer lugar, el problema de la circularidad en la teoría de precios que mencionamos en nuestro artículo.[4] Los economistas clásicos, a pesar de su extensa y ambigua prosa eran conscientes de la presencia del problema de razonamiento circular en su teoría de precios por más que no sabían cómo resolverla. Alfred Marshall, no precisamente un improvisado en matemática, reconstruye dicho problema al definir la oferta como dependiente de la curva de costos. Hoy día, los manuales formales siguen repitiendo este problema de razonamiento circular. A pesar de estar frente a nuestros ojos en un sencillo sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, este problema parece ser ignorado por prácticamente la totalidad de los manuales de texto. Si la matemática permite aclarar ambigüedades, ¿cómo es posible que Adam Smith se haya percatado de este problema pero generaciones de economistas matemáticos parezcan permaneces inconscientes del mismo en un tema tan central de la teoría económica si la matemática es tanto mejor para descubrir inconsistencia y ambigüedades que la prosa?

El segundo ejemplo hace referencia al modelo de competencia perfecta. Dicho modelo sostiene que (1) hay información perfecta (y no hay costos de transacción, los bienes son sustitutos perfectos, etc.), (2) que las firmas son tomadoras de precios por lo que responden a una curva de demanda perfectamente elástica (horizontal) y (3) a su vez explica el precio de mercado como la intersección entre una curva de oferta y una de demanda con pendiente negativa. Estos

3 Una breve aclaración. La referencia a las funciones de utilidad “mainstream” busca mostrar que la *no cardinalidad* de la utilidad es un punto aceptado no sólo por la Escuela Austriaca, sino por la disciplina en general. El motivo por el cual esta aclaración respecto a la no medición de la utilidad no figura en nuestro artículo es porque consideramos que aclarar y explicar este punto era redundante e innecesario. Si bien podrían elevarse críticas a la teoría “mainstream” de la utilidad, este no es un punto relevante para e artículo.

4 Ver también J. C. Cachanosky (1994a, 1994b) y N. Cachanosky (2012).

tres supuestos son inconsistentes entre sí dado que no es posible que la suma de demandas perfectamente elásticas resulten en el agregado en una demanda con pendiente negativa, el modelo asume que

$$\sum_{n=1}^{n\to\infty} 0 > 0$$

Si un productor aumenta (disminuye) la producción, entonces él asume que el precio no se mueve, pero en el agregado sí hay un efecto en el precio dado que el mismo baja (sube). Si los agentes económicos tienen información perfecta, tal cual asume el modelo, entonces los productores enfrentarían una curva de demanda con una (mínima) pendiente negativa, en lugar de asumir que es horizontal. Este *pequeño* cambio tiene efectos importantes para las conclusiones del modelo. Pero indistintamente del efecto en el modelo de este *pequeño* cambio, no es consistente asumir que los agentes económicos poseen información perfecta y luego operan con una curva de demanda distinta a la real. ¿No debería la formalización habernos alertado de este problema en un modelo tan simple y con tantos años encima? Si bien se podrían mencionar muchos otros ejemplos, estos dos casos son centrales en la teoría económica: Formación de precios y modelo de competencia, que no es otra cosa que el problema central de la economía: asignación de recursos escasos.

## Precisión y realismo

El segundo punto de Beltramino sobre el cual me voy a referir es el de precisión y realismo de las teorías económicas. En nuestro artículo hacemos una distinción entre la *precisión numérica o matemática* de una teoría y la *precisión* en sentido de que la teoría sea un reflejo fiel de la realidad. Nuestro punto es el siguiente. Es cierto que hay modelizaciones matemáticas, como asumir curvas de demanda continuas en lugar de discretas, que ofrecen un mayor *pragmatismo teórico*. Pero el costo de oportunidad de este pragmatismo es tener teorías menos *precisas* o *rigurosas* en el sentido de ser un reflejo fiel de la realidad. Lo que no se debe hacer es confundir *pragmatismo* con *rigor científico* en el sentido que aquí le damos a este término.

Beltramino, sin embargo, parece entender que al hacer esta distinción estamos renunciando a la medición en economía. Ese no es el caso. Vuelvo a utilizar el ejemplo del mapa en nuestro artículo con una leve variante. Supongamos que tenemos dos mapas. Uno con los lineamientos y accidentes geográficos precisamente marcados, pero que no es un reflejo de la geografía del planeta Tierra. El otro mapa posee un diseño menos preciso, pero del cual se observa que el mismo es un reflejo simplificado del planeta Tierra. Nuestra crítica sostiene que el mal uso de la matemática en economía ha llevado a la economía a ofrecer mapas precisos de mundos irreales. Se ha priorizado el *rigor matemático* por sobre el *rigor científico* (de nuevo, en términos de tener teorías sobre el mundo real.) No es claro que se pueda medir el distanciamiento del mundo real tal cual parece sugerir Beltramino. Sin embargo, ese no es el eje de la cuestión. Sería valioso tener dicho índice.

Aclarado este punto, Beltramino estaría de acuerdo con nosotros, dado que él también afirma el "uso de los instrumentos matemáticos puede *oscurecer más que aclarar y los ejemplos citados lo muestran*" (el énfasis es agregado.) Beltramino aclara que "[d]esde ya que sí, que se 'distorsionan' como dicen los autores. O mejor se cambian." Luego aclara que lo importante es ser consciente de esta situación. Estos cambios que Beltramino acepta no son inocentes, dado que afectan la interpretación del mundo real que se intenta explicar. Si mi supuesto de simplificación hace que el mapa de Estados Unidos se parezca al de Francia no es un mero cambio, es una distorsión respecto a lo que se debe reflejar.

En esta línea, Beltramino sostiene que no se puede describir aproximadamente la realidad *sin* formulaciones matemáticas. El rol de la economía es *explicar*, no *describir*. Pero dado que el significado de las formulaciones matemáticas (lenguaje formal) requiere de una explicación en prosa (lenguaje natural) sí es posible explicar la realidad *sin* formulaciones matemáticas. Otra discusión es cual método es más conveniente según el problema a resolver. Por ejemplo, la *incertidumbre* (en sentido de Knight) se puede explicar en prosa, pero no es matematizable, a diferencia del *riesgo* que sí es representable tanto en prosa como matemáticamente.[5] Otro ejemplo es el *alertness* em-

5 Una pequeña aclaración técnica. Se podría objetar que la *incertidumbre* se puede representar como distintos etsados de la naturaleza en la que una firma o un agente económico se va a desenvolver. A cada estado de la naturaleza se le asigna una probabilidad y luego se procede a calcular el valor esperado. Esto ya no es *incertidumbre*, dado que el valor esperado tiene sentido si la situación se repite veces. Un empresario que se enfrenta a dos escenarios, uno donde mantiene la propiedad privada de su empresa y otra donde es expropiado sin compensación va a vivir en un mundo o en el otro de manera indefinida, el *juego* no se repite de modo tal que el empresario a veces es expropiado a y a veces no. El valor esperado de estos

presarial de Kirzner, que también desafía su equivalente matemático en economía.

Por último, Beltramino se pregunta qué clase de realismo es aquel que no predice aproximadamente, faliblemente, etc. Coincido que una teoría *real* va a tener predicciones aproximadas, falibles, etc., pero que una teoría tenga predicciones aproximadas, falibles, etc., no implica que estén basadas en el mundo real como ejemplificamos con el caso del tarotista. En nuestro ejemplo comparamos dos teorías con igualdad capacidad de predicción económica, una teoría económica basada en el mundo real y otra en base a un tarotista que lee cartas. ¿Cuál teoría es preferible, la que se basa en el mundo real o la del mundo irreal? Este ejemplo busca ilustrar que el *realismo* de las teorías es importante. Nuestra crítica sostiene que la matematización de la economía ha llevado a que la economía se mueva hacia el lado del tarotista mientras que la literatura austriaca ha prestado más atención el realismo de las teorías. Por supuesto que cómo saber cuál de dos teorías es más realista no es sencillo cuando no tenemos un caso extremo y claro como un tarotista económico. Usar supuestos matemáticos que nos alejan de la realidad es *distinto* a tener una medición de qué tan lejos estamos de la realidad.

## ¿Qué tan en desacuerdo estamos?

Mis reflexiones anteriores sugieren que en el fondo Beltramino y nosotros no estaríamos tan en desacuerdo en varios de los puntos centrales. En el artículo de Beltramino encontré por lo menos cinco ocasiones en las que *coincide (incluso plenamente)* o *comparte (incluso absolutamente)* con varias de nuestras afirmaciones. En sus conclusiones resume nuestra postura de manera precisa (el énfasis es agregado):

> Creo que lo que hace de una disciplina una ciencia fáctica son varias cosas, *pero principalmente lo que los autores sostuvieron al principio*, la medida en que sus teorías explican al menos aproximadamente el sector, recorte o mecanismo del mundo del que intentaron dar cuenta.

Nuestra diferencia se resume a qué tan indispensable es el uso de matemática. Si lo que principalmente hace a una disciplina una ciencia fáctica es explicar el mundo real, y dado que Beltramino

---

dos escenarios no ofrece la intepretación correta del problema reconoce que nuestros ejemplos sobre cuestiones centrales de teoría económica han sido afectados en este sentido, entonces nuestras críticas siguen siendo válidas.

En el contexto de este breve debate podemos distinguir el uso de matemática en economía en tres casos distintos: (1) hacer teoría o modelos, (2) medir qué tan lejos o cerca estamos de la realidad, y (3) ofrecer expresiones matemáticas de conceptos cuantitativos en economía.

Nuestra crítica se limita al punto 1. En cuanto a la predicción como parámetro de realismo de la teoría, podemos volver al ejemplo del tarotista donde una buena predicción no garantiza realismo. Otro ejemplo es predecir la duración del día y la noche asumiendo que es el Sol el que gira alrededor de la Tierra en lugar de ser la Tierra la que gira alrededor del Sol. La predicción puede ser precisa, pero ello no garantiza realismo. La tercera opción es también distinta al caso 1. No es lo mismo teorizar sobre los ciclos económicos que cuantificar un concepto cuantitativo como el período promedio de producción. Justamente el uso de matemática financiera permite aclarar y definir más precisamente *conceptos* económicos como el *período promedio de producción*.[6]

Es posible que el lector se haya quedado con la duda de qué representa la expresión matemática al inicio de la segunda sección. La misma no es más que la prueba sobre la existencia de Equilibrio de Nash con estrategias mixtas y $N$ jugadores.[7]

6 Menciono este por que (1) implica combinar teoría económica con matemática financiera y (2) por que dado que este autor lo ha trabajado, es claro que mi postura no es una negación absoluta al uso de matemática en economía. Ver N. Cachanosky y Lewin (2014, 2016a, 2016b) y Lewin y N. Cachanosky (2014, 2016).

7 A los fines de este artículo simplifiqué la demostración que se encuentra en Xin Jian y Leyton-Brown (2007).

## Referencias

Cachanosky, J. C. (1985). La Ciencia Económica vs. la Economía Matemática I. *Libertas*, 3, octubre.

Cachanosky, J. C. (1986). La Ciencia Económica vs. la Economía Matemática II. *Libertas*, 4, octubre.

Cachanosky, J. C. (1994a). Historia de las Teorías del Valor y del Precio I. *Libertas*, 20, mayo.

Cachanosky, J. C. (1994b). Historia de las Teorías del Valor y del Precio II. *Libertas*, 22, mayo.

Cachanosky, J. C., & Cachanosky, N. (2016). Problemas Matemáticos en la Teoría de Precios. *Libertas: Segunda Epoca*, 1:1, pp. 11–27.

Cachanosky, N. (2012). Una Introducción a la Economía Clásica. In A. Ravier (Ed.), *Lecturas de Historia del Pensamiento Económico* (pp. 147–166). Madrid: Union Editorial.

Cachanosky, N., & Lewin, P. (2014). Roundaboutness is Not a Mysterious Concept: A Financial Application to Capital Theory. *Review of Political Economy*, 26:4, pp. 648–665. http://doi.org/10.1080/09538259.2014.957475

Cachanosky, N., & Lewin, P. (2016a). An EmpiricalAapplication of the EVA® Framework to Business Cycles. *Review of Financial Economics*, Vol. 30, september, pp. 60-67. http://doi.org/10.1016/j.rfe.2016.06.006

Cachanosky, N., & Lewin, P. (2016b). Financial Foundations of Austrian Business Cycle Theory. *Advances in Austrian Economics*, 20, pp. 15–44. http://doi.org/10.1108/S1529-213420160000020002

Lewin, P., & Cachanosky, N. (2014). The Average Period of Production: The History of an Idea. *SSRN Electronic Journal*.

Lewin, P., & Cachanosky, N. (2016). A financial framework for understanding macroeconomic cycles. *Journal of Financial Economic Policy*, 8:2, pp. 268–280. http://doi.org/10.1108/JFEP-07-2015-0041

Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior* (2001st ed.). Princeton: Princeton University Press.

Xin Jian, A., & Leyton-Brown, K. (2007). A Tutorial on the Proof of the Existence of Nash Equilibria (Technical Report No. TR-2007-25). Vancouver: University of British Columbia.